

Turinys

Minimalus-HTTPS	2
Viešųjų parametrų apskaičiavimas.....	2
Minimalus-HTTPS.....	3
Minimalus-Https, Imimsociety svetainės užduotis	9

Minimalus-HTTPS

(angl. *Mini-Hyper-text transfer protocol secure, Mini-Https*)

Minimalus (HTTPS principo supratimui supaprastintas paaiškinimas)-HTTPS yra HTTP protokolo saugi versija, įtraukianti SSL/TLS (angl. *Secure Socket Layer/Transport Layer Security*) šifravimą. Šis šifravimas užtikrina, kad visi duomenys, siunčiami tarp naršyklės ir serverio, yra užšifruoti ir saugūs nuo perėmimo ar modifikavimo. Be to, užtikrina informacijos konfidencialumą, vientisumą ir autentiškumą, net ir naudojant atvirus ryšio kanalus.

HTTPS ypač svarbus svetainėse, kuriose apdorojama asmeninė ar finansinė informacija, pavyzdžiui, internetinėse parduotuvėse ar bankų svetainėse.

Viešųjų parametrų apskaičiavimas

Viešieji parametrai $PP=(p, g)$

Apskritai sudėtinga užduotis rasti generatorius aibėje $Z_p^* = \{1, 2, 3, \dots, p-1\}$, tačiau naudojant stiprų pirminį p ir *Lagranžo teoremą grupės teorijoje*, generatorių Z_p^* galima rasti atsitiktine tvarka. Paieška laikoma užbaigta jei tenkinamos dvi sąlygos:

1. jeigu p ir q yra stiprūs pirminiai $p = 2 \cdot q + 1 \rightarrow q = (p-1)/2$;
2. jeigu visi $g \in \Gamma$, $g^q \neq 1 \pmod p$ ir $g^2 \neq 1 \pmod p$. Tik 40% skaičių yra generatoriai.

Pavyzdinis generatoriaus radimas (g didinamas po vieną, kol ans nelygus 1 ir neviršija p):

```
>> p=genstrongprime(28)      >> p=genstrongprime(28)      >> p=genstrongprime(28)
p = 187086587                p = 144668519                p = 224013599
>> isprime(p)                >> q=(p-1)/2                  >> q=(p-1)/2
ans = 1                       q = 72334259                 q = 112006799
>> q=(p-1)/2                 >> g=2;                      >> g=111;
q = 93543293                  >> mod_exp(g,q,p)           >> mod_exp(g,q,p)
>> isprime(q)                ans = 1                       ans = 224013598
ans = 1                       >> g=7;
>> g=2                        >> mod_exp(g,q,p)
>> mod_exp(g,q,p)            ans = 144668518
ans = 187086586
>> g=3;
>> mod_exp(g,q,p)
ans = 1
>> g=4;
>> mod_exp(g,q,p)
ans = 1
```

Toliau naudosime $p=\text{int64}(144668519)$; $g=7$.

Minimalus-HTTPS

Aldonos kreipimasi į **Banką** vaizduojanti schema pateikiama 1 pav.



1.1 Pasirinkti atsitiktinį privatų raktą

$$\mathbf{PR}_A = \mathbf{x}, \mathbf{x} \leftarrow \text{randi}(\mathbf{Z}_{p-1})$$

ir apskaičiuoti viešą raktą:

$$\mathbf{VR}_A = \mathbf{a} = \mathbf{g}^{\mathbf{x}} \bmod p$$

1.2 Pasirinkti atsitiktinį skaičių

$$\mathbf{u} \leftarrow \text{randi}(\mathbf{Z}_{p-1})$$

ir apskaičiuoti sesijos viešą parametą:

$$\mathbf{t}_A = \mathbf{g}^{\mathbf{u}} \bmod p;$$

1.3 Pasirašyti \mathbf{t}_A su Šnoro parašu

$\sigma = (\mathbf{r}_A, \mathbf{s}_A)$: pasirinkti atsitiktinį skaičių

$$\mathbf{i} \leftarrow \text{randi}(\mathbf{Z}_{p-1})$$

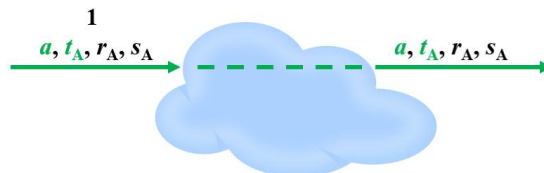
1.4 Apskaičiuoti pirmą parašo komponentę:

$$\mathbf{r}_A = \mathbf{g}^{\mathbf{i}} \bmod p;$$

1.5 Apskaičiuoti antrą parašo komponentę:

$$\mathbf{h} = \text{hash}(\text{concat}(\mathbf{t}_A, \mathbf{r}_A)),$$

$$\mathbf{s}_A = (\mathbf{i} + \mathbf{xh}) \bmod (p - 1).$$



1 pav. Aldona kreipiasi į Banką

Aldonos veiksmai kreipiantis į **Banką**:

1.1. Pasirinkti atsitiktinį privatų raktą $\mathbf{PR}_A = \mathbf{x}, \mathbf{x} \leftarrow \text{randi}(\mathbf{Z}_{p-1})$ ir apskaičiuoti viešą raktą:

$$\mathbf{VR}_A = \mathbf{a} = \mathbf{g}^{\mathbf{x}} \bmod p:$$

```
>> x=int64(randi(p-1))
```

```
x = 93976157
```

```
>> a=mod_exp(g,x,p)
```

```
a = 139483450
```

1.2. Pasirinkti atsitiktinį skaičių $\mathbf{u} \leftarrow \text{randi}(\mathbf{Z}_{p-1})$ ir apskaičiuoti sesijos viešą parametą

$$\mathbf{t}_A = \mathbf{g}^{\mathbf{u}} \bmod p:$$

```
>> u=int64(randi(p-1))
```

```
u = 74837953
```

```
>> tA=mod_exp(g,u,p)
```

```
tA = 48755790
```

1.3. Pasirašyti \mathbf{t}_A su Šnoro parašu $\sigma_A = (\mathbf{r}_A, \mathbf{s}_A)$ pasirinkus atsitiktinį skaičių $\mathbf{i} \leftarrow \text{randi}(\mathbf{Z}_{p-1})$, kad $1 < \mathbf{i} < p-1$:

1.3.1. Apskaičiuoti pirmą parašo komponentę: $\mathbf{r}_A = \mathbf{g}^{\mathbf{i}} \bmod p$:

```
>> i=int64(randi(p-1))
```

```
i = 142081823
```

```
>> 1 < i & i < p-1
```

```
ans = 1
```

```
>> rA=mod_exp(g,i,p)
```

```
rA = 140311641
```

1.3.2. Sujungti (angl. concat) \mathbf{t}_A ir \mathbf{r}_A , apskaičiuojant santrauką $\mathbf{h}_A = \text{H}(\mathbf{t}_A || \mathbf{r}_A)$ ir apskaičiuoti antrąją parašo komponentę $\mathbf{s}_A = (\mathbf{i} + \mathbf{xh}) \bmod (p - 1)$:

```
>> hA = hd28(concat(tA, rA))
```

```
hA = 96291913
```

```
>> sA=mod((i+x*hA),p-1)
```

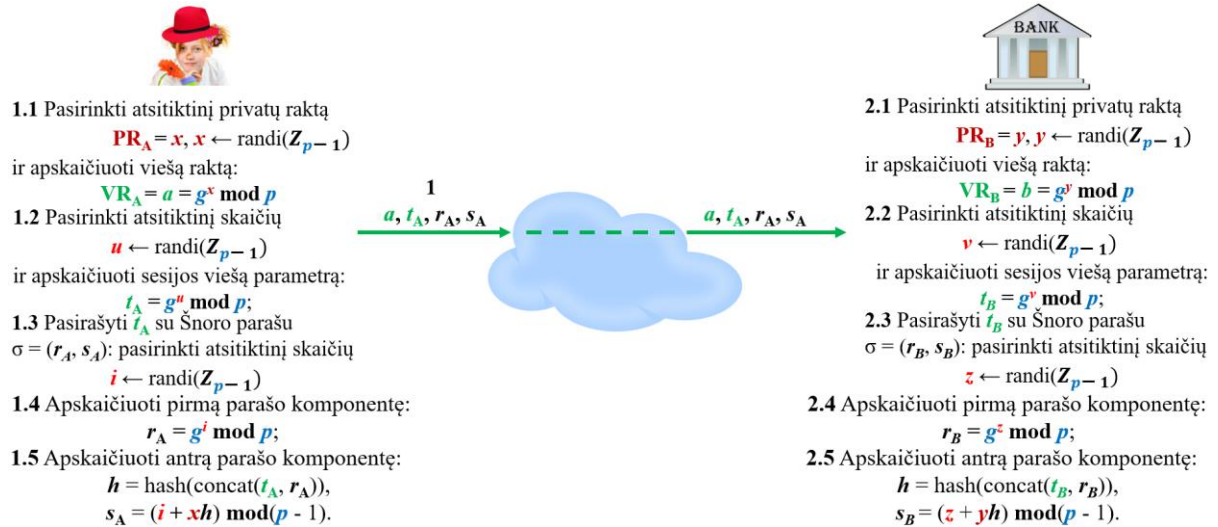
```
sA = 98793216
```

1.3.3. Parašas \mathbf{h}_A santraukai yra $\sigma_A = (\mathbf{r}_A, \mathbf{s}_A)$

Pasirašyti $(\mathbf{x}, \mathbf{h}_A) = \sigma_A = (\mathbf{r}_A, \mathbf{s}_A) = (140311641, 98793216)$.

1.4. Aldona siunčia **Bankui** savo viešą raktą \mathbf{b} , sesijos viešą parametą \mathbf{t}_B ir šiam parametrai suformuotą parašą σ_A .

Banko atsakymą į **Aldonos** kreipimąsi vaizduojanti schema pateikiama 2 pav.



2 pav. Bankas atsako Aldonai

Banko veiksmai atsakant **Aldonai**:

2.2. Pasirinkti atsitiktinį privatų raktą $PR_B = y, y \leftarrow \text{randi}(Z_{p-1})$ ir apskaičiuoti viešą raktą:

$$VR_B = b = g^y \bmod p:$$

```
>> y=int64(randi(p-1))
```

```
y = 122477781
```

```
>> b=mod_exp(g,y,p)
```

```
b = 88951568
```

2.3. Pasirinkti atsitiktinį skaičių $v \leftarrow \text{randi}(Z_{p-1})$ ir apskaičiuoti sesijos viešą parametą

$$t_B = g^v \bmod p:$$

```
>> v=int64(randi(p-1))
```

```
v = 127467388
```

```
>> tB=mod_exp(g,v,p)
```

```
tB = 37944166
```

2.4. Pasirašyti t_B su Šnoro parašu $\sigma_B = (r_B, s_B)$ pasirinkus atsitiktinį skaičių $z \leftarrow \text{randi}(Z_{p-1})$,

kad $1 < z < p-1$:

2.4.1. Apskaičiuoti pirmą parašo komponentę: $r_B = g^z \bmod p$:

```
>> z=int64(randi(p-1))
```

```
z = 35145884
```

```
>> 1 < z & z < p-1
```

```
ans = 1
```

```
>> rB=mod_exp(g,z,p)
```

```
rB = 142067410
```

2.4.2. Sujungti (angl. concat) t_B ir r_B , apskaičiuojant santrauką $h_B = H(t_B || r_B)$ ir apskaičiuoti antrąją parašo komponentę $s_B = (z + yh) \bmod (p-1)$:

```
>> hB = hd28(concat(tB, rB))
```

```
hB = 44653728
```

```
>> sB=mod((z+y*hB),p-1)
```

```
sB = 102969376
```

2.4.3. Parašas h_B santraukai yra $\sigma_B = (r_B, s_B)$

Pasirašyti(y, h_B) = $\sigma_B = (r_B, s_B) = (142067410, 102969376)$.

2.5. Bankas siūncia **Aldonai** savo viešą raktą b , sesijos viešą parametą t_B ir šiam parametrui suformuotą parašą σ_B .

Aldonos pinigų pervedimo operacijos pranešimo parengimą ir perdavimą į **Banką** vaizduojanti schema pateikiama 3 pav.



a, t_A, r_A, s_A

b, t_B, r_B, s_B



3.1 Apskaičiuoti h' ir patikrinti:

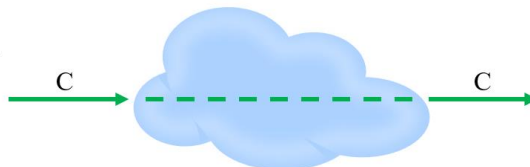
$$h' = H(t_B || r_B),$$

$$g^{s_B} \bmod p = r_B b^{h'} \bmod p.$$

V1 = V2

3.2 Apskaičiuoti bendrą slaptą simetrinį raktą k :

$$k = t_B^u \bmod p$$



3.3 Transformuoti k į šešiolyktainę formą:

$$k_h = \text{hexadecimal}(k);$$

3.4 Pasirinkti pranešimą m (pvz., $m = '1020'$) ir užšifruoti:

$$C = \text{AES128}(m, k_h, 1, 'e').$$

3 pav. Aldona siunčia pranešimą į Banką

Aldonos veiksmai siunčiant pinigų pervedimo operacijos pranešimą į **Banką**:

3.1. Apskaičiuoti santrauką $h' = H(t_B || r_B)$, $V1 = g^{s_B} \bmod p$, $V2 = r_B b^{h'} \bmod p$ ir patikrinti ar $V1 = V2$:

V1

>> V1=mod_exp(g,sB,p)

V1 = 99127062

V2

>> htrB=hd28(concat(tB,rB))

htrB = 44653728

>> b_htrB=mod_exp(b,htrB,p)

b_htrB = 1368610

>> V2=mod(rB*b_htrB,p)

V2 = 99127062

>> V1==V2

ans = 1 ← jeigu 1 parašas tikras

3.2. Apskaičiuoti bendrą slaptą simetrinį raktą $k = t_B^u \bmod p$:

>> k=mod_exp(tB,u,p)

k = 137071686

3.3. Transformuoti k į šešiolyktainę formą: $k_h = \text{hex}(k)$:

>> kh=dec2hex(k, 32)

kh = 0000000000000000000000000082B8C46

3.4. Pasirinkti pranešimą m (pvz., $m = '1020'$) ir užšifruoti:

>> NR=1

NR = 1

>> fun='e'

fun = e

>> m='1020'

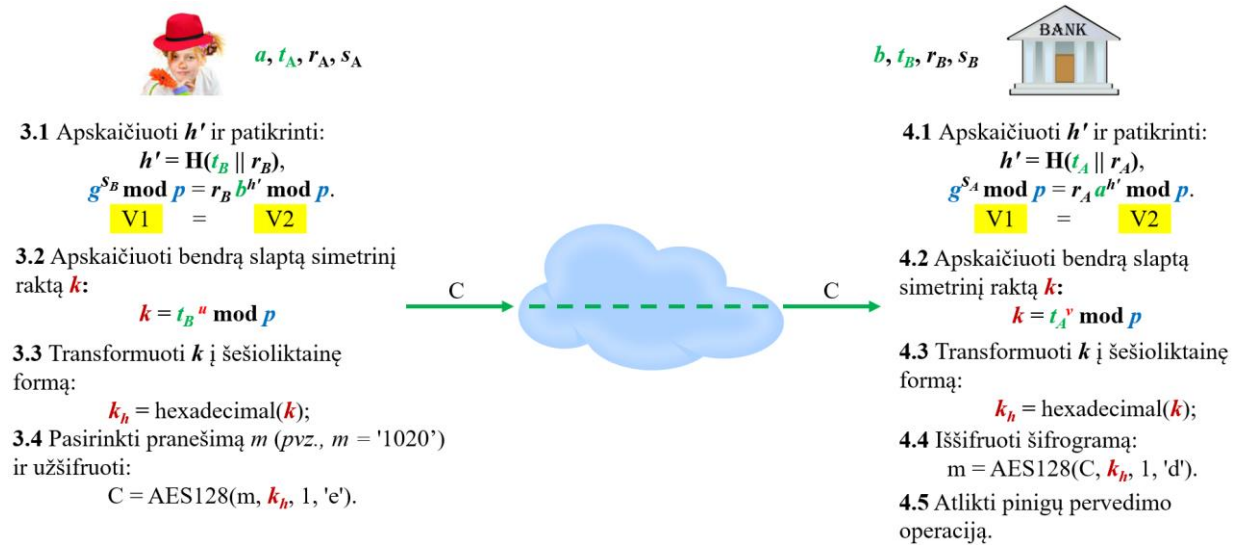
m = 1020

>> c = AES128(m, kh, NR, fun)

c = 930739089307f45393cb3953ea2cb515

3.5. Aldona siunčia **Bankui** šifrogramą c .

Banko pranešimo priėmimą vaizduojanti schema pateikiama 4 pav.



3.1 Apskaičiuoti h' ir patikrinti:

$$h' = H(t_B || r_B),$$

$$g^{s_B} \bmod p = r_B b^{h'} \bmod p.$$

V1 = V2

3.2 Apskaičiuoti bendrą slaptą simetrinį raktą k :

$$k = t_B^a \bmod p$$

3.3 Transformuoti k į šešioliktainę formą:

$$k_h = \text{hexadecimal}(k);$$

3.4 Pasirinkti pranešimą m (pvz., $m = '1020'$) ir užšifruoti:

$$C = \text{AES128}(m, k_h, 1, 'e').$$

4.1 Apskaičiuoti h' ir patikrinti:

$$h' = H(t_A || r_A),$$

$$g^{s_A} \bmod p = r_A a^{h'} \bmod p.$$

V1 = V2

4.2 Apskaičiuoti bendrą slaptą simetrinį raktą k :

$$k = t_A^b \bmod p$$

4.3 Transformuoti k į šešioliktainę formą:

$$k_h = \text{hexadecimal}(k);$$

4.4 Iššifruoti šifrogramą: $m = \text{AES128}(C, k_h, 1, 'd')$.

4.5 Atlikti pinigų pervedimo operaciją.

4 pav. Bankas peržiūri Aldonos atsiųstą pranešimą

Banko veiksmai į Aldonos pranešimą:

4.1. Apskaičiuoti santrauką $h' = H(t_A || r_A)$, $V1 = g^{s_A} \bmod p$, $V2 = r_A a^{h'} \bmod p$ ir patikrinti ar $V1 = V2$:

V1

```
>> V1=mod_exp(g,sA,p)
V1 = 110503357
```

V2

```
>> htrA=hd28(concat(tA,rA))
htrA = 96291913
>> a_htrA=mod_exp(a,htrA,p)
a_htrA = 51206859
>> V2=mod(rA*a_htrA,p)
V2 = 110503357
```

>> V1==V2

ans = 1 ← jeigu 1 parašas tikras

4.2. Apskaičiuoti bendrą slaptą simetrinį raktą $k = t_A^v \bmod p$:

```
>> k=mod_exp(tA,v,p)
k = 137071686
```

4.3. Transformuoti k į šešioliktainę formą: $k_h = \text{hex}(k)$:

```
>> kh=dec2hex(k, 32)
kh = 000000000000000000000000082B8C46
```

4.4. Iššifruoti šifrogramą c :

```
>> NR=1
NR = 1
>> fun='d'
fun = d
>> ms = AES128(c, kh, NR, fun)
ms = 1020
```

4.10. Bankas atlieka pinigų ms pervedimo operaciją.

Užduotys Minimaliam-HTTPS.

Užduotims naudojami viešieji parametrai $p=\text{int64}(144668519)$; $g=7$.

1. Turėdami **Aldonos** privatų raktą x , atsitiktinius skaičius u ir i , nustatykite, kuriam viešam sesijos parametru t_A ir šiam parametru suformuoto parašo $\sigma_A = (r_A, s_A)$ apskaičiavimui buvo panaudotos šios reikšmės:

1. $x=\text{int64}(123650908)$, $u=\text{int64}(80848762)$, $i=\text{int64}(130251774)$;
2. $x=\text{int64}(57298159)$, $u=\text{int64}(95805496)$, $i=\text{int64}(20908711)$;
3. $x=\text{int64}(115409770)$, $u=\text{int64}(54139791)$, $i=\text{int64}(47507127)$;
4. $x=\text{int64}(130694878)$, $u=\text{int64}(45252398)$, $i=\text{int64}(18701868)$.

Vieši sesijos parametrai t_A ir jiems suformuoti parašai $\sigma_A = (r_A, s_A)$:

1. $t_A = 107126995$, $r_A = 95681387$, $s_A = 85220607$;
2. $t_A = 37453652$, $r_A = 35107067$, $s_A = 66096703$;
3. $t_A = 65652735$, $r_A = 26475295$, $s_A = 66096703$;
4. $t_A = 107126995$, $r_A = 95681387$, $s_A = 124870334$;
5. $t_A = 37453652$, $r_A = 35107067$, $s_A = 11477016$;
6. $t_A = 143285385$, $r_A = 126735887$, $s_A = 85220607$;
7. $t_A = 65652735$, $r_A = 26475295$, $s_A = 11477016$;
8. $t_A = 143285385$, $r_A = 126735887$, $s_A = 124870334$.

2. Turėdami **Aldonos** atsitiktinį skaičių u ir pervedamą pinigų sumą m , **Banko** viešą raktą b , viešą sesijos parametru t_B , parašą $\sigma_B = (r_B, s_B)$, nustatykite, ar **Banko** parašas viešam sesijos parametru galioja ir kuri **Aldonos** šifrograma c suformuota pinigų sumai m , naudojantis šiomis pateiktomis reikšmėmis:

1. $b=\text{int64}(33290112)$, $u=\text{int64}(13818701)$, $t_B=\text{int64}(22393260)$, $r_B=\text{int64}(133342595)$,
 $s_B=\text{int64}(48486702)$, $m="1935"$;
2. $b=\text{int64}(124518796)$, $u=\text{int64}(63490768)$, $t_B=\text{int64}(132211809)$, $r_B=\text{int64}(62174403)$,
 $s_B=\text{int64}(101331856)$, $m="15"$;
3. $b=\text{int64}(89264145)$, $u=\text{int64}(10002329)$, $t_B=\text{int64}(144413333)$, $r_B=\text{int64}(125706375)$,
 $s_B=\text{int64}(26860092)$, $m="625"$;
4. $b=\text{int64}(143855886)$, $u=\text{int64}(55412227)$, $t_B=\text{int64}(65755586)$, $r_B=\text{int64}(35350173)$,
 $s_B=\text{int64}(13118777)$, $m="58"$.

Parašų galiojimas ir šifrogramos c :

1. Parašas galioja, $c = "cb31833acb311f1fcbfb831fd586cbbf"$;
2. Parašas negalioja, $c = "6db3a4376db3c7a66d6da4a6cc48c497"$;
3. Parašas galioja, $c = "9219290b92195391924b2991630e94cd"$;
4. Parašas galioja, $c = "464e9fac464ee31f46099f1f58e8654a"$.

3. Turėdami **Banko** atsitiktinį skaičių v , **Aldonos** viešą raktą a , viešą sesijos parametą t_A , parašą $\sigma_A = (r_A, s_A)$, šifrogramą c nustatykite, ar **Aldonos** parašas viešam sesijos parametrai galioja ir kuri **Aldonos** pervedama pinigų suma m atitinka šifrogramą c , naudojantis šiomis pateiktomis reikšmėmis:

1. $v=\text{int64}(96251085)$, $a=\text{int64}(2673728)$, $t_A=\text{int64}(92674994)$, $r_A=\text{int64}(135957744)$,
 $s_A=\text{int64}(97243985)$, $c="563b4fb5563b840c566c4f0c5c13114e"$;
2. $v=\text{int64}(33121508)$, $a=\text{int64}(106628859)$, $t_A=\text{int64}(12260360)$, $r_A=\text{int64}(12260360)$,
 $s_A=\text{int64}(77101193)$, $c="2cc192062cc100182c35921837778833"$;
3. $v=\text{int64}(39771512)$, $a=\text{int64}(55854671)$, $t_A=\text{int64}(82187889)$, $r_A=\text{int64}(105460384)$,
 $s_A=\text{int64}(133523331)$, $c="ae0e7960ae0e8d91aea479915f29cad2"$;
4. $v=\text{int64}(58307924)$, $a=\text{int64}(92612014)$, $t_A=\text{int64}(95778795)$, $r_A=\text{int64}(55750710)$,
 $s_A=\text{int64}(127980008)$, $c="3c51d1143c51f4183c6cd11827cc7026"$.

Parašų galiojimas ir pinigų sumos m :

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| 1. Parašas galioja, $m = 318$; | 3. Parašas galioja, $m = 1567$; |
| 2. Parašas negalioja, $m = 98$; | 4. Parašas negalioja, $m = 18$. |

Minimalus-Https, Imimsociety svetainės užduotis

Imimsociety Mini-HTTPS uždavinio 3 dalyje (žr. 5 pav.) turite įvesti į Octave mentoriaus atsiųstą viešą sesijos parametą t_B (kaip t_B kintamojo vertę naudoti K_B vertę).

3. Mentor sends you ($t_B=32768$, $K_B =136143786$, $R =105173192$, $S =2353771$). Verify Mentor's signature $\sigma_M = (R, S)$ on t_B . If signatur is valid then taking S compute verification parameter $V_1 = g^S \text{ mod } p$. Compute common symmetric secret key k and transform k to the hexadecimal form k_h of 32 digits length as it is required for AES128 function. Create the string of message variable $m = \text{'MMDD'}$ consisting of the month and day of your birth. Encrypt message m using 1 round of AES128 cipher with key k_h by computing ciphertext $\gg C = \text{AES128}(m, K_h, 1, \text{'e'})$. Attention! Encryption using 1 round is extremely insecure and is used there to speed up the computations and to make sure of its insecurity. Insecurity is seen by comparing plaintext and ciphertext messages in hexadecimal format. They have non-excrpted digits. C should be entered within ". Send $[V_1, C]$ to the Mentor for decryption.

```
125256920, "1f9df0bd1f9db4141fd8f014bd8efc36"
```

5 pav. Imimsociety Mini-HTTPS uždavinio 3 dalis